



УДК.621.336.96

**Вариация Аллана и её модификации при оценке кратковременной нестабильности частоты гетеродина когерентной РЛС**

**Е.Г. Молчанов, Д.С. Очков, Е.А. Силаев, И.С. Формальнов**

*Приведены результаты расчета относительных вариаций Аллана и Хадамарда по экспериментальным данным. Представлены также результаты расчета, позволяющие экстраполировать экспериментальные данные по вариации Аллана на одном временном интервале в данные на других интервалах.*

**Allan variance and its modifications used for estimation of short-term instability of local oscillator of coherent radar**

**E.G. Molchanov, D.S. Ochkov, E.A. Silaev, I.S. Formalnov**

*Results of Allan and Hadamard variances for experimental data are presented. Calculation results allow extrapolating on Allan deviations on one interval of measurement into data on other intervals are proposed.*

Кратковременная нестабильность частоты (КНЧ) наряду со спектральной плотностью мощности фазовых шумов является одним из существенных параметров гетеродинов когерентных РЛС [1,2,3,4,5]. Тенденция развития радиолокации такова, что необходимые для работы локатора интервалы когерентности, то есть временные интервалы, на которых паразитный (случайный) набег фазы сигнала не должен превышать определенного значения [6], постоянно растут [7,8,9,10]. Также растут рабочие частоты РЛС. Следовательно, перенос изначальной КНЧ колебания опорного генератора на выходную частоту гетеродина и, далее, в диапазон рабочих частот РЛС становится все сложнее [6]. Естественно, сложнее становится ее измерить. При этом наибольшие трудности при измерении КНЧ возникают на малых и больших, по сравнению с секундными, интервалах. На малых временных интервалах мала точность измерения частоты [11]. На больших интервалах трудно разделить в массивах измерений частоты выходного колебания гетеродина её случайную (собственно и являющуюся КНЧ) и детерминированную (вызванную дрейфом частоты опорного генератора вследствие изменения температуры окружающей среды, механических воздействий, старения компонентов генератора и т.д.) составляющие [5].

Долгое время практически единственным инструментом оценки КНЧ являлась относительная вариация Аллана [1], которая в форме, удобной для вычислений относительной КНЧ, имеет вид

$$d f(t) = \sqrt{\frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} [f(i+1) - f(i)]^2} / f_0, \quad (1)$$

где  $M$  – число измерений частоты (размер массива);

$f(i)$  – значение частоты в  $i$  – измерении;

$f_0$  – среднее значение частоты;

$\tau$  – временной интервал измерения частоты.

Однако формула (1), дающая удовлетворительную оценку КНЧ на секундных интервалах, становится всё менее точной при росте интервала измерения, когда детерминированная составляющая изменения частоты вносит всё больший вклад в суммарную нестабильность частоты и, наконец, превышает случайную составляющую нестабильности, что обесмысливает применение формулы (1).

Для вычленения детерминированной составляющей нестабильности частоты была предложена формула, известная как вариация Хадамарда или "модифицированная вариация Аллана" [2]. В принятых в (1) обозначениях она имеет вид

$$Hd f(t) = \sqrt{\frac{1}{6(M-2)} \sum_{i=1}^{M-2} [f(i+2) - 2f(i+1) + f(i)]^2} / f_0, \quad (2)$$

Легко видеть, что соотношение (2) позволяет вычленить из результирующей нестабильности частоты детерминированную составляющую, вызванную дрейфом частоты, протекающим лишь по линейному закону. Реальные уходы выходной частоты гетеродина крайне редко происходят линейно. Результаты измерений КНЧ, накопленные авторами при испытаниях разработанной ими аппаратуры, давали как  $Hd f(t) < d f(t)$ , так и  $Hd f(t) > d f(t)$ .

Судя по многочисленным публикациям по измерениям КНЧ и по построению математических моделей для расчета КНЧ в последнее время [3,4,5] проблема всё более интересует разработчиков. С одной стороны она далеко не ясна теоретически, особенно на малых интервалах времени, с другой стороны, при постоянно улучшающихся результатах по КНЧ в реальной аппаратуре, все более сложно выделить КНЧ из общей нестабильности частоты на больших интервалах

времени. Дело усугубляется тем, что на интервалах времени  $\tau > 1$  сек, то есть на частотах отстройки от рабочей частоты гетеродина  $F < 1$  Гц сложно измерить спектральную плотность мощности фазовых шумов, и "правильное" измерение и расчет КНЧ становится нередко единственным инструментом оценки когерентности гетеродина на этапе, когда всей аппаратуры РЛС еще не существует.

После анализа статистических данных измерений выходных частот различных гетеродинов в диапазонах частот от 7 до 31 ГГц и расчетов КНЧ на разных интервалах времени наиболее точной представляется следующая методика обработки данных измерений:

в ряде последовательных измерений частоты выходного сигнала гетеродина с интервалом измерения 1 сек получить массив значений частоты с количеством элементов не менее 100;

методом наименьших квадратов найти новый массив соответствующий первому массиву и описывающий поведение детерминированной функции дрейфа среднего значения частоты;

из исходного массива значений частоты сигнала гетеродина поэлементно вычесть массив средних значений частоты сигнала гетеродина;

использовать полученный массив для расчета КНЧ по формуле (1).

Результаты расчетов КНЧ по данным измерений частоты выходного сигнала гетеродина РЛС миллиметрового диапазона длин волн [6] с интервалом измерения 1 сек и массивами от 100 до 250 элементов таковы:

расчет по формуле (1) с подстановкой в (1) массива данных непосредственных измерений частоты сигнала гетеродина дает значения КНЧ лежащие на отрезке

$$[7,4 \times 10^{-11} \dots 4,3 \times 10^{-10}];$$

расчет по формуле (2) с подстановкой в (2) массива данных непосредственных измерений частоты сигнала гетеродина дает значения КНЧ лежащие на отрезке

$$[6,6 \times 10^{-11} \dots 1,9 \times 10^{-10}];$$

расчет по методике предложенной в данной работе дает значения КНЧ лежащие на отрезке  $[4,7 \times 10^{-11} \dots 8,5 \times 10^{-11}]$ .

Как видно из приведенных результатов, предложенная методика обеспечивает наибольшую кучность значений КНЧ, а, следовательно, наиболее точно описывает случайный процесс воспроизведения частоты колебаний, подчиняющийся нормальному закону с параметрами жестко определяемыми конкретными параметрами гетеродина.

Воспользуемся теперь формулами (12.1)...(12.3), полученными в работе [10] для трех составляющих паразитного набега фазы колебания задающего генератора гетеродина.

$$\overline{\Delta\Psi_{U1}^2(t)} = \left( \frac{W_B}{\rho} + \frac{3}{2t_Q} - \frac{2}{t_Q} e^{-t/t_Q} \right) Z^2 S_m''(0) \quad (3.1)$$

$$\overline{\Delta\Psi_{U2}^2(t)} = \frac{1}{2} \left( \frac{W_B}{1-S_v^0} - \frac{1}{t_E} e^{-t/t_E} \right) S_n' Z^2 S_m^E(0) \quad (3.2)$$

$$\overline{\Delta\Psi_{U3}^2(t)} = \frac{1}{8Q_{KB}^2} \left( \frac{1+Z^2}{1-Z^2} \right)^2 t W_B^2 S_m^\perp(0) \quad (3.3)$$

Здесь  $z = \Delta\omega d_Q$ ,  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ ,  $t_Q = \frac{2Q_{KB}}{\omega_0}$ ,

$$\omega_0 = \sqrt{(C_{KB}'^{-1} + C_1'^{-1} + C_2'^{-1})/L_{KB}},$$

где  $C_{KB}, L_{KB}$  – ёмкость и индуктивность последовательной резонансной ветви эквивалентной схемы кварцевого резонатора с добротностью  $Q_{KB}, C_1', C_2', C_3'$  – ёмкости трехточечной схемы автогенератора, преобразованные из треугольника емкостей  $C_1, C_2, C_3$  в звезду емкостей

$$C_1' = C_1 + C_3 + \frac{C_1 C_3}{C_2}; \quad C_2' = C_2 + C_3 + \frac{C_2 C_3}{C_1}; \quad C_3' = C_1 + C_2 + \frac{C_1 C_2}{C_3};$$

$t_E = C_E R_E$  – постоянные времени цепи автосмещения в цепи истока транзистора;

$E_a$  – начальное смещение на затворе транзистора;

$n_a$  – полное смещение на затворе транзистора;

$$S_n^0 = \left( 1 - \frac{E_a}{n_a^0} \right) S_{bn}^0,$$

$\omega_B$  – верхняя частота полосы фильтра кварцевого генератора.

$S_m^E(0), S_m''(0), S_m^\perp(0)$  – шумовые спектра цепи смещения, синфазной и квадратурной компонент тока транзистора.

Пересчитаем его в набег фазы колебания идеального гетеродина с выходной частотой 31 ГГц и прибавим к нему (квадратично) набег фазы вызванный неидеальностью тракта реального гетеродина (2). Рассчитаем КНЧ выходного сигнала гетеродина на миллисекундных интервалах, весьма распространенных в радиолокации.

Результаты расчета КНЧ (относительной вариации Аллана) для ряда частот задающего кварцевого генератора представлены в табл.1 и на рис.1.

Таблица 1

Fo, MHz	tau									
	1ms	2ms	4ms	6ms	8ms	10ms	12ms	4ms	16ms	
2	3.5e-10	1.7e-10	8.7e-11	5.8e-11	4.3e-11	3.5e-11	2.9e-11	2.5e-11	2.2e-11	
4	2.8e-10	1.4e-10	6.9e-11	4.6e-11	3.5e-11	2.8e-11	2.3e-11	2.0e-11	1.7e-11	
5	2.6e-10	1.3e-10	6.5e-11	4.3e-11	3.2e-11	2.6e-11	2.2e-11	1.9e-11	1.6e-11	
8	2.3e-10	1.2e-10	5.8e-11	3.9e-11	2.9e-11	2.3e-11	1.9e-11	1.7e-11	1.5e-11	
10	2.2e-10	1.1e-10	5.6e-11	3.7e-11	2.8e-11	2.2e-11	1.9e-11	1.6e-11	1.4e-11	
20	2.0e-10	1.0e-10	5.1e-11	3.4e-11	2.5e-11	2.0e-11	1.7e-11	1.4e-11	1.3e-11	
30	1.9e-10	9.8e-11	4.9e-11	3.3e-11	2.4e-11	2.0e-11	1.6e-11	1.4e-11	1.2e-11	
60	1.9e-10	9.4e-11	4.7e-11	3.1e-11	2.4e-11	1.9e-11	1.6e-11	1.4e-11	1.2e-11	
80	1.9e-10	9.3e-11	4.7e-11	3.1e-11	2.4e-11	1.9e-11	1.6e-11	1.4e-11	1.2e-11	
120	1.8e-10	9.3e-11	4.7e-11	3.2e-11	2.4e-11	1.9e-11	1.6e-11	1.4e-11	1.3e-11	
160	1.8e-10	9.3e-11	4.8e-11	3.2e-11	2.5e-11	2.0e-11	1.7e-11	1.5e-11	1.3e-11	
240	1.9e-10	9.5e-11	5.0e-11	3.4e-11	2.7e-11	2.2e-11	1.9e-11	1.7e-11	1.5e-11	
320	1.9e-10	9.8e-11	5.3e-11	3.7e-11	3.0e-11	2.5e-11	2.2e-11	1.9e-11	1.8e-11	
360	1.9e-10	1.0e-10	5.4e-11	3.9e-11	3.1e-11	2.6e-11	2.3e-11	2.1e-11	1.9e-11	
480	2.0e-10	1.1e-10	6.0e-11	4.5e-11	3.6e-11	3.1e-11	2.8e-11	2.5e-11	2.3e-11	
640	2.1e-10	1.2e-10	7.0e-11	5.3e-11	4.4e-11	3.8e-11	3.4e-11	3.1e-11	2.9e-11	
960	2.4e-10	1.5e-10	9.2e-11	7.2e-11	6.1e-11	5.4e-11	4.9e-11	4.5e-11	4.2e-11	
1280	2.8e-10	1.8e-11	1.2e-11	9.3e-11	7.9e-11	7.0e-11	6.4e-11	5.9e-11	5.5e-11	

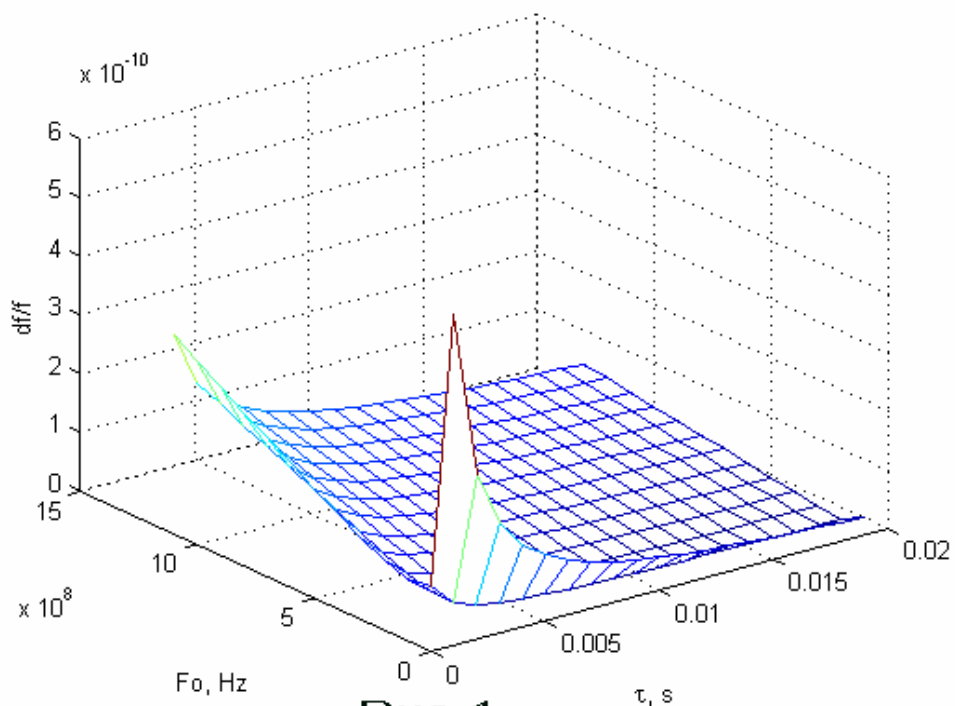


Рис.1

## Литература

1. *Allan D.W.* Statistics of atomic frequency standards. – Proc. IEEE, 1966, v. 54.
2. *Allan D.W., Barnes J.A.* A modified "Allan variance" with increased oscillator characterization ability. – Proc. 35 th Ann. Freq. Contr. Symp., May 1981.
3. *Zacca Cr., Tavella P.* The clock model and its relationship with the Allan and related variances. – IEEE Trans. on UFFC, February 2005, v. 52, no.2.
4. *Galleani L., Tavella P.* Tracking nonstationarities in clock noises using the dynamic Allan variance. – Proc. 59 th Int. Frequency Control Symposium, August 2005.
5. *Dawkins S.T., McFerran J.J., Luiten A.N.* Considerations on the Measurement of the Stability of Oscillators with Frequency Counters. – IEEE Trans. on UFFC, May 2007, v.54, no. 5.
6. *Очков Д.С., Силаев Е.А., Формальнов И.С.* Оценка интервалов когерентности радиотракта РЛС. – М.: Радиотехника (Журнал в журнале), 2006, №4.
7. *Tan G.H.* A highly stable, phase coherent, wideband microwave synthesizer for radio astronomy applications. – Proc. 53 th Int. Freq. Contr. Symp., May 1999.
8. *Tolkachev A. A., Levitan B.A., Solovjev G.K. et al.* A Megawatt Power Millimeter-Wave Phase-Array Radar. – IEEE AES Systems Magazine, July 2000.
9. *Молчанов Е.Г., Очков Д.С., Силаев Е.А., Формальнов И.С., Чубаров Д.В.* Гетеродины СМ-диапазона с низким уровнем фазовых шумов. – М: Радиотехника (Журнал в журнале), 2006, №10.
10. *Очков Д.С., Силаев Е.А., Формальнов И.С.* Влияние значения частоты опорного сигнала на величину паразитного набега фазы кварцованного гетеродина. – М.: Радиолокация и связь, 2007, №4.
11. Под редакцией *Кузнецова В.А.* Измерения в электронике. – М.: Энергоатомиздат, 1987.